

令和 5 年度

入学者選抜学力試験問題



# 数 学 (前期)

〔注 意〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 4 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. [1]から[4]までの 4 題に解答すること。ただし、[3]、[4]についてはそれぞれ 2 題あるうちから 1 題を選択して解答すること。このとき、選択した問題の問題記号(それぞれ、A または B、C または D)を解答用紙の問題番号の横の【 】内に記入すること。問題記号の記入のない解答用紙は、未解答とみなす。また、解答は、記入された問題記号のとおりに採点される。
5. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
6. この問題冊子は持ち帰ること。

[ 1 ]  $n$  を自然数とする。  $n + 1$  から  $2n$  までの積を  $a_n$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a_4$  を素因数分解せよ。
- (2)  $a_n = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n - 1)$  が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3)  $a_n$  を  $2^{n+1}$  で割った余りを求めよ。

[ 2 ] 三角形 ABC において  $\angle A = A$ ,  $\angle B = B$ ,  $\angle C = C$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\cos 2A + \cos 2B = 2 \cos(A + B) \cos(A - B)$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $1 - \cos 2A - \cos 2B + \cos 2C = 4 \sin A \sin B \cos C$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $A = B$  のとき、  $1 - \cos 2A - \cos 2B + \cos 2C$  の最小値を求めよ。

〔3〕 次の2題【A】，【B】からいずれか1題を選択し，解答用紙の問題番号の横の【 】内に選択した問題記号(AまたはB)を記入し，解答せよ。

【A】 3個のさいころを同時に投げる。このとき，次の問いに答えよ。

- (1) 出る目が3，4，5それぞれ1個ずつとなる確率を求めよ。
- (2) 出る目の中央値が3となる確率を求めよ。
- (3) 出る目の最大値と最小値の差が0，1，2，3，4，5となる確率をそれぞれ求めよ。

【B】 ある工場で作られているまんじゅうについて，まんじゅう1つの重さを  $X$  グラムとすると，確率変数  $X$  が平均  $m = 40$ ，分散  $\sigma^2 = 18$  の正規分布  $N(40, 18)$  に従うとみなせるものとする。このとき，次の問いに答えよ。なお， $\sqrt{2} = 1.41$  とし，付表の正規分布表を利用してよい。

- (1) 作ったすべてのまんじゅうの個数に対する，重さが35グラム以上のまんじゅうの個数の割合を求めよ。ただし，小数第3位を四捨五入せよ。
- (2) 無作為に選ばれた50個のまんじゅうが入ったまんじゅうセットを考える。1つのセットに入ったまんじゅうの重さの合計を  $Y$  グラムとすると，確率変数  $Y$  の平均と分散を求めよ。
- (3) (2)で考えたまんじゅうセットに対してある整数  $T$  を定め，「内容量約  $T$  グラム」という表記を付けることを考える。ここで  $T$  は，たくさんのまんじゅうセットから無作為に1つのセットを取り出した際に，95%以上の確率でそのセットに含まれるまんじゅうの重さの合計  $Y$  グラムが  $Y \geq T$  となるように定める。このとき， $T$  の最大値を求めよ。

[ 4 ] 次の2題【C】、【D】からいずれか1題を選択し、解答用紙の問題番号の横の【 】内に選択した問題記号(CまたはD)を記入し、解答せよ。

【C】  $t > 0$  とする。放物線  $C: y = x^2 - 4x + 5$  上の点  $P(t, t^2 - 4t + 5)$  から  $x$  軸、 $y$  軸にそれぞれ垂線  $PA$ 、 $PB$  を下ろす。•原点を  $O$  とし、長方形  $OAPB$  の内部で  $C$  の下側にある部分の面積を  $S(t)$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $S(t)$  を求めよ。
- (2) 関数  $S(t)$  の増減を調べよ。

【D】  $a$  を正の定数、 $x > 0$  であるとし、次の2つの関数を考える。

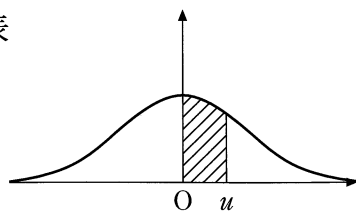
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{a}{2x}}$$

$$g(x) = \log f(x)$$

ただし、 $e$  を自然対数の底とし、 $\log$  は自然対数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $g(x)$  を求めよ。
- (2)  $g(x)$  が最大となる  $x$  の値を求めよ。
- (3)  $f(x)$  の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

付表：正規分布表



$u$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900