令 和 5 年 度

入学者選抜学力試験問題

数　　　学（前期）

〔注　　　意〕

1. 監督者の指示があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は2ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て，問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って，解答用紙（4枚）すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は，必ず解答用紙（4枚）の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔1〕 nを自然数とする。$n+1$から$2n$までの積をa_nとするとき，次の問いに答えよ。

(1) a_4を素因数分解せよ。

(2) $a_n = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots\cdots \cdot (2n-1)$が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) a_nを2^{n+1}で割った余りを求めよ。

〔2〕 3個のさいころを同時に投げる。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 出る目が3，4，5それぞれ1個ずつとなる確率を求めよ。

(2) 出る目の中央値が3となる確率を求めよ。

(3) 出る目の最大値と最小値の差が0，1，2，3，4，5となる確率をそれぞれ求めよ。

〔3〕 三角形ABCにおいて$\angle \mathrm{A} = A$，$\angle \mathrm{B} = B$，$\angle \mathrm{C} = C$とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\cos 2A + \cos 2B = 2\cos(A+B)\cos(A-B)$が成り立つことを示せ。

(2) $1 - \cos 2A - \cos 2B + \cos 2C = 4\sin A \sin B \cos C$が成り立つことを示せ。

(3) $A = B$のとき，$1 - \cos 2A - \cos 2B + \cos 2C$の最小値を求めよ。

〔4〕 $t > 0$とする。放物線$C: y = x^2 - 4x + 5$上の点$\mathrm{P}(t,\ t^2 - 4t + 5)$から$x$軸，$y$軸にそれぞれ垂線PA，PBを下ろす。原点をOとし，長方形OAPBの内部でCの下側にある部分の面積を$S(t)$とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $S(t)$を求めよ。

(2) 関数$S(t)$の増減を調べよ。

◇M4(492—51)