

令和4年度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (前期)

(注 意)

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は2ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

[1] x, y を実数とし, $x^2 - xy + y^2 = 1$ を満たすとする。 $t = x + y$ とおくとき, 次の問いに答えよ。

- (1) xy を t を用いて表せ。
- (2) t の値の範囲を求めよ。
- (3) $2x + 3xy + 2y$ の最大値および最小値と, そのときの x, y の値を求めよ。

[2] 四角形 ABCD について, 次の問いに答えよ。

(1) 等式

$$|\vec{AC}|^2 + |\vec{BD}|^2 + |\vec{BC} + \vec{DA}|^2 = |\vec{AB}|^2 + |\vec{BC}|^2 + |\vec{CD}|^2 + |\vec{DA}|^2$$

が成り立つことを証明せよ。

- (2) 辺 BC と辺 DA が平行で, 4 つの辺の長さがそれぞれ $AB = 3, BC = 5, CD = 4, DA = 1$ であるとき, $AC^2 + BD^2$ の値を求めよ。
- (3) 命題 P および命題 Q をそれぞれ次のように定める。

命題 P 「四角形 ABCD において, 4 つの辺の長さをそれぞれ 2 乗したものの和と, 2 つの対角線の長さをそれぞれ 2 乗したものの和が等しい」

命題 Q 「四角形 ABCD は長方形である」

このとき, 命題 P は命題 Q が成り立つための必要条件か, 十分条件か, 必要十分条件か, あるいはそのいずれでもないかを, 理由をつけて答えよ。

[3] 異なる3つのゲーム A, B, C があり, 3つすべて成功すれば賞品がもらえるというアトラクションがある。各ゲームで成功するか失敗するかは独立であり, その成功確率はそれぞれ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$ である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 各ゲームを1回ずつ行う場合を考える。賞品がもらえる確率を求めよ。
- (2) 各ゲームを1回ずつ行う場合を考える。賞品がもらえなかったとき, 各ゲームで失敗している確率をそれぞれ求めよ。
- (3) A, B, C をこの順で1回ずつ行うこととし, 途中で失敗したらそれ以降のゲームは行わない場合を考える。賞品がもらえなかったとき, 各ゲームで失敗している確率をそれぞれ求めよ。

[4] $0 \leq x \leq 6$ のとき, 関数 $f(x)$ を $f(x) = x + 2|x - 3| - 6$ と定め, 関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \left| \int_0^x f(t) dt \right| + \left| \int_x^6 f(t) dt \right|$$

と定める。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $g(3)$ および $g(6)$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) $g(x)$ を求めよ。
- (3) 曲線 $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。