

令和 3 年 度

入学者選抜学力試験問題



数 学 (前期)

〔注 意〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は4ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 〔1〕から〔4〕までの4題に解答すること。ただし、〔3〕、〔4〕についてはそれぞれ2題あるうちから1題を選択して解答すること。このとき、選択した問題の問題記号(それぞれ、AまたはB、CまたはD)を解答用紙の問題番号の横の【 】内に記入すること。問題記号の記入のない解答用紙は、未解答とみなす。また、解答は、記入された問題記号のとおりに採点される。
5. 解答は、必ず解答用紙(4枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
6. この問題冊子は持ち帰ること。

[1] 三角形 ABC において、3 辺の長さはそれぞれ $AB = x$, $BC = x + 1$, $CA = x - 1$ であるとし、その外接円と内接円をそれぞれ O_1 , O_2 とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) x の値の範囲を求めよ。
- (2) O_1 の半径 R を x を用いて表せ。
- (3) O_2 の半径 r を x を用いて表せ。
- (4) 三角形 ABC と O_2 の接点を頂点とする三角形の面積を x を用いて表せ。

[2] a, r を自然数とし、初項が a 、公比が r の等比数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ を $\{a_n\}$ とする。また、自然数 N の桁数を $d(N)$ で表し、第 n 項が $b_n = d(a_n)$ で定まる数列 $b_1, b_2, b_3, \dots$ を $\{b_n\}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いてもよい。

- (1) $a = 43$, $r = 47$ のとき、 b_2 と b_3 を求めよ。
- (2) $a = r = 9$ のとき、 $b_n = n$ となる n のうちで、最大のものを求めよ。
- (3) $a = 1$ のとき、 $1 < r < 500$ において、 $\{b_n\}$ が等差数列となる r の値をすべて求めよ。

- 〔 3 〕 次の 2 題【A】，【B】からいずれか 1 題を選択し，解答用紙の問題番号の横の【 】内に選択した問題記号(AまたはB)を記入し，解答せよ。

【A】 4 個のさいころを同時に投げるとき，次の問いに答えよ。

- (1) 1 の目または 6 の目が少なくとも 1 つ出る確率を求めよ。
- (2) 1 の目が少なくとも 1 つ出るが，6 の目は 1 つも出ない確率を求めよ。
- (3) 1 の目と 6 の目のどちらも少なくとも 1 つ出る確率を求めよ。

【B】 次の問いに答えよ。なお，付表の正規分布表を利用してよい。

- (1) a を正の定数とする。確率変数 Z が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき，

$$P(|Z| \geq a) = 2P(Z \geq a)$$

となることを示せ。

- (2) 確率変数 X が正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うとき，

$$P\left(|X - m| \geq \frac{\sigma}{4}\right)$$

を求めよ。ただし，小数第 4 位を四捨五入せよ。

- (3) 母平均 m ，母標準偏差 σ の正規分布に従う母集団から大きさ n の無作為標本を抽出するとき，その標本平均 $\bar{X}$ について，

$$P\left(|\bar{X} - m| \geq \frac{\sigma}{4}\right) \leq 0.02$$

をみたす最小の n を求めよ。

- 〔 4 〕 次の 2 題【C】、【D】からいずれか 1 題を選択し、解答用紙の問題番号の横の
【 】内に選択した問題記号(CまたはD)を記入し、解答せよ。

【C】 a を定数とし、曲線 $C: y = x(x - 2)^2$ と直線 $\ell: y = ax$ を考える。 C と ℓ は異なる 3 点で交わり、交点の x 座標はそれぞれ 0 以上とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値の範囲を求めよ。
- (2) C と ℓ とで囲まれた 2 つの図形の面積が等しくなるように a の値を定めよ。

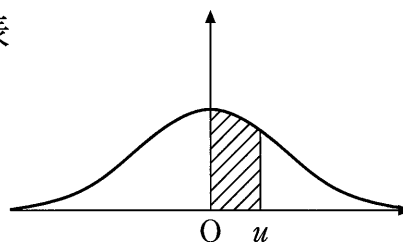
【D】 $t > 0$ に対し、

$$f(x) = \frac{1}{4t}x + \frac{1}{4}\log\left(t + \frac{1}{2t} - x\right)$$

とする。 $f(x)$ を最大にする x の値を $g(t)$ とし、 $f(x)$ の最大値を $h(t)$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $g(t)$ および $h(t)$ を求めよ。
- (2) t が $\frac{1}{2} \leq t \leq 2$ の範囲で動くとき、 $x = g(t)$ 、 $y = h(t)$ と表される曲線の長さを求めよ。

付表：正 規 分 布 表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900