

令和 3 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (後期)

[注 意]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔 1 〕 点 O を中心とする半径 1 の円周上に 3 点 A, B, C があり,

$$2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 4\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

を満たす。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値を求めよ。
- (2) $\sin \angle AOB$ の値を求めよ。
- (3) 直線 OC と直線 AB の交点を D とする。 $|\overrightarrow{OD}| : |\overrightarrow{OC}|$ を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

〔 2 〕 k を実数の定数とする。関数 $f(x)$ を

$$\begin{aligned} f(x) = & 8^x + 8^{-x} - (2k + 1)(4^x + 4^{-x}) \\ & + (k^2 + 3k - 5)(2^x + 2^{-x}) - k^2 - 5k + 6 \end{aligned}$$

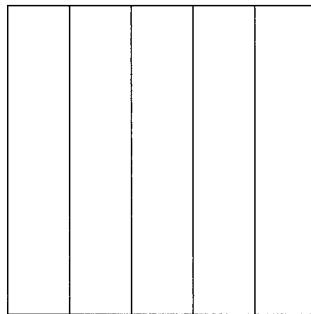
と定め、 $t = 2^x + 2^{-x}$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) t の値の範囲を求めよ。
- (2) $f(x)$ を t の式として表し、 $g(t)$ とおく。 $g(t)$ を求めよ。
- (3) $g(t)$ を $t - 1$ で割ったときの商を求めよ。
- (4) 方程式 $f(x) = 0$ が実数解を持つような k の値の範囲を求めよ。

〔 3 〕 a を正の定数とする。放物線 $C_1: y = x^2$, $C_2: y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a$ の両方に接する直線を ℓ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 の共有点の x 座標を a を用いて表せ。
- (2) ℓ の方程式を求めよ。
- (3) C_1 , C_2 , および ℓ で囲まれた図形の面積を a を用いて表せ。

〔 4 〕 正方形の板の片面が、下図のように 5 つの合同な長方形に区切られている。それぞれの長方形を赤、青、緑、黄、紫の 5 色の色鉛筆から 1 色を選んで塗る。ただし、隣り合う長方形は異なる色で塗ることとする。また、正方形の板を回転させて一致する塗り方は同じ塗り方とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) 2 色で塗る場合の塗り方は何通りあるか。
- (2) 5 色すべて用いて塗る場合の塗り方は何通りあるか。
- (3) 4 色以下で塗る場合の塗り方は何通りあるか。
- (4) 4 色で塗る場合の塗り方は何通りあるか。